



初始条件优化的近似指数序列灰色建模方法

岳赞, 卢光跃

(西安邮电大学无线网络安全技术国家工程实验室, 陕西 西安 710121)

摘要: 灰色 GM(1,1) 预测方法仅针对累加生成满足近似指数特点的原始序列建立预测模型。为了拓宽传统灰色预测模型的应用范围, 设计了通过优化初始条件提高灰色 GM(1,1) 预测精度的新方法——DGM(1,1,c,β) 模型。对满足近似指数的原始序列建立 DGM(1,1,c,β) 模型, 利用粒子群算法求解模型参数。最后, 通过实例验证了所提出的 DGM(1,1,c,β) 预测模型的有效性和实用性。

关键词: 灰色 GM(1,1) 模型; 初始条件; PSO 算法; DGM(1,1,c,β) 模型

中图分类号: TP391

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2016279

Grey modeling method for approximate exponential sequence of optimizing initial condition

YUE Yun, LU Guangyue

National Engineering Laboratory for Wireless Security, Xi'an University of

Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China

Abstract: Grey GM (1,1) prediction method is only suitable for the prediction model of the original sequence which satisfies the characteristic of the approximate exponential through the accumulated generating operation. In order to widen the application range of the traditional grey prediction model, a new method, dubbed DGM (1,1,c,β) model (direct grey model), was proposed to improve the accuracy of grey GM (1,1) prediction by optimizing initial conditions. DGM (1,1,c,β) model was established for the original sequence conforming to the approximate exponential and the model parameters were obtained by the particle swarm optimization algorithm. Both the simulation and analysis of the example demonstrate that the proposed method is more effective and practical.

Key words: grey GM (1,1) model, initial condition, PSO algorithm, DGM(1,1,c,β) model

1 引言

对于缺乏统计规律的小样本预测系统, 如何挖掘其发展规律, 一直是学术界的难点^[1]。灰色系统(grey system)是 20 世纪 80 年代邓聚龙提出的一种针对小样本、贫信息、

不确定性问题的方法。灰色系统理论以“部分信息已知, 部分信息未知”的小样本“贫信息”不确定系统为研究对象, 通过对“部分”已知信息的生成、开发, 提取有价值的信息, 实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控^[2]。

收稿日期: 2016-07-27; 修回日期: 2016-11-14

基金项目: 陕西省工业攻关项目 (No.2016GY-113, No.2015GY-013)

Foundation Items: The Industrial Program of Shaanxi Province of China (No.2016GY-113, No.2015GY-013)

GM(1,1)模型作为灰色系统中最常用的预测模型,已广泛应用于经济、生态、科技、农业、生物等各个领域。GM(1,1)模型是由原始序列建立的一阶微分方程,在其建模过程中,关键是确定系统参数,然而实际求解过程中存在的近似误差会对算法性能带来影响,比如传统GM(1,1)模型用梯形公式近似代替背景值;将灰色作用量看作不变,但不符合系统发展的实际规律;以向前差商或向后差商近似代替灰导数;以序列中第一个数据为白化微分方程的初始条件进行近似求解等。因此,诸多学者对GM(1,1)模型进行了改进和优化,主要归纳为以下4个方面。

(1) 重构背景值

参考文献[3]利用一阶线性微分方程的指数解来构造背景值,以此替代传统GM(1,1)模型背景值,其提高了模型的拟合和预测精度,同时证明了该模型适用于低增长指数序列和高增长指数序列;参考文献[4]对传统GM(1,1)模型的背景值进行改进,其利用牛顿插值公式来计算新的背景值,取得了较好的预测效果。

(2) 优化灰色作用量

参考文献[5]通过分析、观察得知灰色作用量是随时间变化,因而其引入线性时间项的灰色作用量,构建优化灰色作用量的GM(1,1)模型,降低了预测模型的误差。

(3) 改进灰导数。

参考文献[6]将向前差商和向后差商的加权平均值作为GM(1,1)的灰导数白化值,进而建立新的GM(1,1)模型,证明了该建模方法具有线性变换一致性。

(4) 优化初始条件

参考文献[7]提出对累加序列的第1个分量摄入扰动因子,以提高模型的预测精度;参考文献[8]为了提高GM(1,1)模型的预测精度,将累加序列的第 n 个分量作为灰微分方程的初始条件;参考文献[9]提出将累加序列的第1个分量和第 n 个分量的加权平均值作为初始条件,以减少GM(1,1)模型的预测误差。

以上研究从不同角度对GM(1,1)模型进行改进,一定程度上提高了GM(1,1)模型的预测精度,然而其主要针对一阶累加生成满足近似指数特点的原始序列。本文对满足近似指数增长特点的原始序列,直接建立灰色预测模型,然后在参考文献[7]的基础上设置时间参数,以原始数据与模拟数据误差平方和最小为目标,建立无约束优化模型,并利用PSO(particle swarm optimization,粒子群优化)算法求解初始条件中的时间参数。

2 GM(1,1)模型

2.1 建模原理

作为灰色预测中最常见的GM(1,1)模型,它是由原始数据序列建立的一阶微分方程,主要适合于对单一时间序列的系统进行模拟、预测。灰色预测模型有3个基本操作:累加生成、灰色建模和累减生成。

对长度为 n 的原始非负序列 $x^{(0)}=\{x^{(0)}(1),x^{(0)}(2),\dots,x^{(0)}(n)\}$ 进行灰色预测前,需首先对其进行级比检验,当级比 $\sigma^{(0)}(k)=\frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}\in(e^{-2/(n+1)},e^{2/(n+1)})(k=2,3,\dots,n)$ 时,方能建立GM(1,1)模型。

对 $x^{(0)}$ 作一次累加运算 $x^{(1)}(k)=\sum_{i=1}^k x^{(0)}(i)(k=1,2,3,\dots,n)$,生成新的序列 $x^{(1)}=\{x^{(1)}(1),x^{(1)}(2),\dots,x^{(1)}(n)\}$,该序列满足近似指数特点。据此构造背景值序列 $z^{(1)}=\{z^{(1)}(1),z^{(1)}(2),\dots,z^{(1)}(n)\}$,其中, $z^{(1)}(k)=(x^{(1)}(k-1)+x^{(1)}(k))/2(k=2,3,\dots,n)$ 。

GM(1,1)模型的灰色微分方程为:

$$x^{(0)}(k)+a z^{(1)}(k)=b, k=2,3,\dots,n \quad (1)$$

其中,系统参数 a, b 分别为待确定的发展系数及灰色作用量。

$$\text{记 } B=\begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, Y=\begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \text{ 则利用最小二乘估计}$$

出的参数 $\Phi=[a,b]^T$ 为 $\Phi=[B^T B]^{-1} B^T Y$ 。

式(1)对应的白化方程为:

$$dx^{(1)}(t)/dt+ax^{(1)}(t)=b \quad (2)$$

在初始条件下 $(1, x^{(1)}(1))$,式(2)的解为:

$$\hat{x}^{(1)}(t)=(x^{(1)}(1)-\frac{b}{a})e^{-at}+\frac{b}{a} \quad (3)$$

于是,利用式(3)的结果,可计算出 $t=k(k=1,2,\dots,n)$ 时刻的 $\hat{x}^{(1)}(k)$ 为:

$$\hat{x}^{(1)}(k)=(x^{(1)}(1)-\frac{b}{a})e^{-ak}+\frac{b}{a}, k=1,2,3,\dots,n \quad (4)$$

将式(4)累减还原,即可得到原始序列的预测值或/和拟合值为:

$$\hat{x}^{(0)}(k)=\hat{x}^{(1)}(k)-\hat{x}^{(1)}(k-1), k=2,3,\dots,n \quad (5)$$

当 $k \leq n$ 时, $\hat{x}^{(0)}(k)$ 为模型拟合值;当 $k > n$ 时, $\hat{x}^{(0)}(k)$ 为模型预测值。

2.2 模型的检验

众所周知,拟合的精度是评判模型效果的核心指标。



因此,灰色预测模型必须通过精度检验后再决定是否可用于模拟、预测。模型精度的检验方法主要有3种:残差检验法、后验差检验法和关联度检验法,其中残差检验法是最常用的方法。残差是实际值与模拟值之差,残差检验实际上检验的是模拟值与实际值之间偏离的程度^[10]。残差检验步骤如下。

设原始序列和模拟序列为:

$$x^{(0)}=\{x^{(0)}(1),x^{(0)}(2),\cdots,x^{(0)}(n)\},\hat{x}^{(0)}=\{\hat{x}^{(0)}(1),\hat{x}^{(0)}(2),\cdots,\hat{x}^{(0)}(n)\}。$$

其绝对误差 $e(k)$ 和平均相对误差 ξ 分别为:

$$e(k)=\frac{x^{(0)}(k)-\hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)}\times 100\% \quad (6)$$

$$\xi=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^n|e(k)| \quad (7)$$

当 $\xi<10\%$ 且 $e(k)<10\%$,称模型为残差合格模型。

传统灰色预测模型通过一阶累加生成寻找蕴含在原始序列中的指数规律,揭示系统未来的发展趋势,然而当原始序列为近似指数增长时,则不必对原始序列进行累加生成。

3 DGM(1,1, c,β)模型

3.1 DGM(1,1, c,β)模型的建立

如果原始序列具有近似指数增长的特点,对其进行灰色预测就需两个基本操作:累减生成和灰色建模。此时 GM(1,1)模型所指的原始数据便是建模数据的一次累减序列。传统的 GM(1,1)模型不一定要经过第一个点 $(1,x^{(1)}(1))$,为此参考文献[7]将初始条件修正为 $(1,x^{(1)}(1)+\gamma)$,但其未考虑到时间参数的影响。为此,本文考虑时间参数因素,提出了一种新的 DGM(1,1, c,β) (direct grey model) 灰色预测模型。

对具有近似指数增长的原始序列进行一次累减,即 $x^{(-1)}(k)=x^{(0)}(k)-x^{(0)}(k-1)(k=2,3,\cdots,n)$,生成 $x^{(-1)}=\{x^{(-1)}(1),x^{(-1)}(2),\cdots,x^{(-1)}(n)\}$ 。其白化方程为:

$$dx^{(0)}(t)/dt+ax^{(0)}(t)=b \quad (8)$$

在初始条件 $(\beta,x^{(1)}(1)+c)$ 下的时间响应函数为:

$$x^{(0)}(t)=(x^{(0)}(1)+c-\frac{b}{a})e^{-at(\beta)}+\frac{b}{a} \quad (9)$$

式(6)的灰微分方程形式:

$$x^{(-1)}(k)+az^{(0)}(k)=b \quad (10)$$

通过最小二乘法估计 $\Phi=[a,b]^T=[B^T,B]^T Y$ 。将 a,b 代入式(7)并将其离散化得到 DGM(1,1, c,β)灰色预测模型:

$$\hat{x}^{(0)}(k)=(x^{(0)}(1)+c-\frac{b}{a})e^{-ak(\beta)}+\frac{b}{a},k=1,2,3,\cdots,n \quad (11)$$

比较式(4)和式(9),DGM(1,1, c,β)灰色预测模型同时考虑了初始值和时间参数的影响,避免了累减还原产生的误差,提高了模型的预测精度,更能合理地分析具有近似指数增长的原始序列。

3.2 参数 c 和 β 的求解

根据最小二乘原理,以模拟序列与原始序列的误差平方和最小为目标,建立一个无约束优化模型:

$$\begin{aligned} \phi &= \arg \min_{c,\beta} f \\ &= \arg \min_{c,\beta} \sum_{k=1}^n [\hat{x}^{(1)}(k) - x^{(1)}(k)]^2 \\ &= \arg \min_{c,\beta} \sum_{k=1}^n \left[(x^{(1)}(1) + c - \frac{b}{a})e^{-a(k-\beta)} + \frac{b}{a} - x^{(1)}(k) \right]^2 \end{aligned} \quad (12)$$

为求出上述优化模型的最佳参数 c 和 β ,本文采用粒子群(PSO)算法,利用群体中个体的协作和信息的共享来寻找最优解。粒子群算法是由 Kennedy 和 Eberhart 提出的一种仿生优化算法,该算法来源于对鸟群捕食行为的模拟,PSO 算法可以表述如下^[11],随机初始化一个粒子群数,该粒子群的粒子数量为 n ,维数为 D ,其中每个粒子的初始化位置和初始化速度分别为 $X_i^0=(x_{i1},x_{i2},x_{i3},\cdots,x_{iD}),V_i^0=(V_{i1},V_{i2},V_{i3},\cdots,V_{iD})$ 。根据适应度函数 f 计算每个粒子的适应度值 $f(X_i^0)$,找出个体极值 P^0 ,找出群体极值 P_g^0 。在迭代过程中,粒子通过计算适应度值,找到个体极值 P^k 和群体极值 P_g^k ,不断更新自身的速度和位置,从而实现粒子的寻优。更新速度和位置如下:

$$V_{id}^{k+1}=\omega V_{id}^k+c_1r_1(P_{id}^k-x_{id}^k)+c_2r_2(P_{id}^k-x_{id}^k) \quad (13)$$

$$x_{id}^{k+1}=x_{id}^k+\alpha V_{id}^{k+1} \quad (14)$$

其中, ω 表示惯性权重, $d=1,2,\cdots,D;i=1,2,\cdots,n;k$ 为迭代次数; V_{id} 为粒子的速度;学习因子 c_1,c_2 为非负的常数; r_1,r_2 是分布于 $[0,1]$ 的随机数; α 是约束因子,目的是控制速度的权重。

利用 PSO 算法来求解 DGM(1,1, c,β) 灰色预测模型中的参数 c 和 β ,因此可设定粒子为二维,相应的求解步骤如下。

步骤 1 初始化: 设置粒子的初始位置和初始速度(粒子群数 n)。

$$X_i^0=(c,\beta),V_i^0=(V_{i1},V_{i2})(i=1,2,3,\cdots,n) \quad (15)$$

步骤 2 计算每个粒子适应值: 对每个粒子通过目

标函数 f 计算其适应值,并找出个体极值 P^0 ,找出群体极值 P_g^0 。

步骤 3 利用式(11)和式(12)来更新各粒子的速度和位置,更新适应度值、个体极值和群体极值。

步骤 4 如果迭代次数大于最大迭代次数,结束迭代输出群体极值,得到 c 和 β ;否则返回步骤 3。

综上,DGM(1,1, c,β)模型的建模步骤:

- (1)原始数据 $x^{(0)}$ 进行累减生成 $x^{(-1)}$;
- (2)将累减生成序列 $x^{(-1)}$ 代入式(8),求得 a,b ;
- (3)将 a,b 及 $x^{(0)}$ 代入式(9)建立 DGM(1,1, c,β)模型;
- (4)将第 3 步中的预测表达式代入式(10)得到目标函数;
- (5)通过粒子群算法求解参数 c 和 β ;
- (6)将 c 和 β 代入式(9),求出预测值。

4 实例分析

1997 年以来,中国互联网信息中心(CNNIC)已连续 19 年开展统计调查工作,并于每年 1 月、7 月份分两次发布统计报告公布我国互联网上网计算机数、用户人数、用户分布、信息流量分布、域名注册等方面情况的统计信息,为我国信息化发展提供了重要的依据,也为政府、机构和企业各界提供重要决策参考。根据 CNNIC 第 37 次发布的《中国互联网络发展状况统计报告》,截至 2015 年 12 月,

中国网民规模达 6.88 亿人,互联网普及率达 50.3%,中国网民上网人数已过半。选取 CNNIC 于 2016 年 1 月发布的第 37 次报告数据,分别以我国互联网用户人数和互联网普及率为例进行分析。

4.1 实例 1

记表 1 的数据为原始序列 $x^{(0)}$,下面将利用 GM(1,1)模型、参考文献[7]所提模型和本文提出的 DGM(1,1, c,β)模型分别对 $x^{(0)}$ 中的前 6 个数据建立灰色预测模型,后 3 个数据用来预测,以对比 3 种模型的预测精度。

对于传统 GM(1,1)预测模型,利用 2007–2012 年的数据建立灰色 GM(1,1)模型,解得 $a=-0.145\ 1, b=27\ 116$ 。对于参考文献[7]所提模型,解得扰动因子 $\gamma=-3\ 537, a=-0.145\ 1, b=27\ 116$ 。而对于 DGM(1,1, c,β)模型,PSO 算法的参数设置为:种群规模 $n=40$,学习因子 $c_1=c_2=2.0$,惯性权重 $\omega=0.95$,最大迭代次数 $N=200$ 。灰色建模得 $a=0.143\ 9, b=12\ 949$,经 PSO 算法解得最佳参数 $c=-1.685\ 4, \beta=0.992\ 1$ 。表 2、表 3 分别描述了 3 种模型的模拟值、相对误差以及预测值和相对误差,图 1、图 2 分别给出了 3 种模型拟合值、实际值及相对误差。

由表 2、表 3 及图 1、图 2 可知,GM(1,1)模型、参考文献[7]所提模型和本文所提模型对原始序列进行模拟的平均相对误差分别为 3.47%、9.02%和 0.597%,其中对原始序列进行一步预测的相对误差分别 8.6%、6.75%和

表 1 2007–2015 年我国互联网用户数

年份	2007 年	2008 年	2009 年	2010 年	2011 年	2012 年	2013 年	2014 年	2015 年
用户数/万户	21 000	29 800	38 400	45 730	51 310	56 400	61 758	65 875	68 826

表 2 3 种模型对原始序列的模拟值和相对误差

年份	原始数据/万户	GM(1,1)模型		参考文献[7]所提模型		本文所提模型	
		拟合值/万户	相对误差	拟合值/万户	相对误差	拟合值/万户	相对误差
2007 年	21 000	21 000	0	27 599	31.4%	21 076	0.36%
2008 年	29 800	32 462	8.39%	31 910	7.08%	30 313	1.72%
2009 年	38 400	37 532	2.25%	36 894	3.92%	38 311	0.23%
2010 年	45 730	43 395	5.11%	42 656	6.72%	45 236	1.07%
2011 年	51 310	50 173	2.21%	49 319	3.88%	51 234	0.15%
2012 年	56 400	58 009	2.85%	57 022	1.10%	56 428	0.05%

表 3 3 种模型对原始序列的预测值和相对误差

年份	原始数据/万户	GM(1,1)模型		参考文献[7]所提模型		DGM(1,1, c,β)模型	
		拟合值/万户	相对误差	拟合值/万户	相对误差	拟合值/万户	相对误差
2013 年	61 758	67 070	8.6%	65 928	6.75%	60 926	1.35%
2014 年	65 875	77 546	19.53%	76 226	17.49%	64 822	0.08%
2015 年	68 826	89 658	30.27%	88 132	28.05%	68 195	0.92%

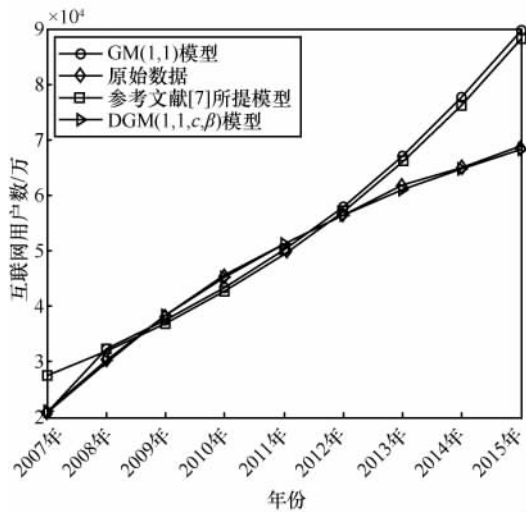


图1 3种模型对原始序列的模拟预测值

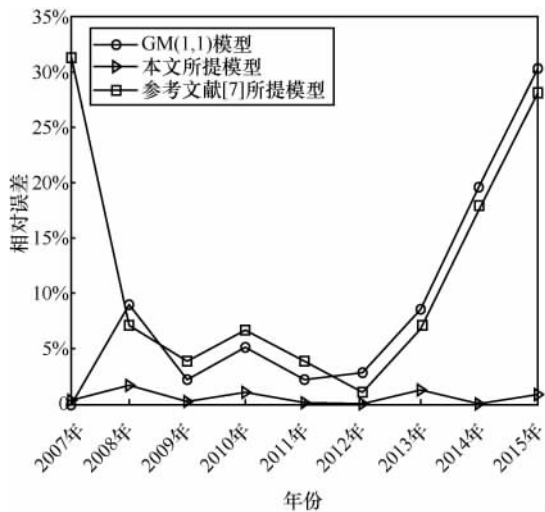


图2 3种模型对原始序列的相对误差

1.35%，二步预测的相对误差分别 19.53%、17.49% 和 0.08%，三步预测的相对误差分别 30.72%、28.05% 和 0.92%，从而表明本文所提的 DGM(1,1,c,β)模型的预测精度优于 GM(1,1)模型、参考文献[7]所提模型。

4.2 实例 2

记表 4 的数据为原始序列 $x^{(0)}$ ，下面将利用 GM(1,1) 模型、参考文献[7]所提模型和本文提出的 DGM(1,1,c,β) 模型分别对 $x^{(0)}$ 中的前 6 个数据建立灰色预测模型，后 3 个数据用来预测，以对比 3 种模型的预测精度。

对于传统 GM(1,1)预测模型，利用 2007–2012 年的数据建立灰色 GM(1,1)模型，解得 $a=-0.141\ 8, b=20.558\ 1$ 。对参考文献[7]所提模型，解得扰动因子 $\gamma=-2.758\ 5, a=-0.141\ 8, b=20.558\ 1$ 。而对于 DGM(1,1,c,β)模型，PSO 算法的参数设置为，种群规模 $n=40$ ，学习因子 $c_1=c_2=2.0$ ，惯性权重 $\omega=0.95$ ，最大迭代次数 $N=200$ 。灰色建模得 $a=0.149, b=9.782\ 3$ ，经 PSO 算法解得最佳参数 $c=-15.228\ 2, \beta=-0.800\ 1$ 。表 5、表 6 分别描述了 3 种模型的模拟值、相对误差以及预测值和相对误差，图 3、图 4 分别给出了 3 种模型拟合值、实际值及相对误差。

由表 5、表 6 及图 3、图 4 可知，GM(1,1)模型、参考文献[7]所提模型和本文所提模型对原始序列进行模拟的平均相对误差分别为 3.42%、8.77% 和 0.50%，其中对原始序列进行一步预测的相对误差分别 8.82%、6.96% 和 0.95%，二步预测的相对误差分别 19.91%、17.85% 和 0.58%，三步预测的相对误差分别 31.58%、29.33% 和 0.59%，从而表明本文所提的 DGM(1,1,c,β) 模型的预测精度优于 GM(1,1)模型、参考文献[7]所提模型。

表 4 2007–2015 年我国互联网普及率

年份	2007 年	2008 年	2009 年	2010 年	2011 年	2012 年	2013 年	2014 年	2015 年
普及率	16.0%	22.6%	28.9%	34.3%	38.3%	42.1%	45.8%	47.9%	50.3%

表 5 3 种模型对原始序列的模拟值和相对误差

年份	原始数据	GM(1,1)模型		参考文献[7]所提模型		本文所提模型	
		拟合值	相对误差	拟合值	相对误差	拟合值	相对误差
2007 年	16.0%	16.0%	0	20.92%	30.73%	16.03%	0.22%
2008 年	22.6%	24.52%	8.52%	24.10%	6.66%	22.91%	1.35%
2009 年	28.9%	28.26%	2.20%	27.78%	3.88%	28.82%	0.26%
2010 年	34.3%	32.57%	5.04%	32.01%	6.67%	33.92%	1.09%
2011 年	38.3%	37.53%	2.01%	36.89%	3.69%	38.32%	0.04%
2012 年	42.1%	43.25%	2.73%	42.51%	0.97%	42.10%	0.01%

表 6 3 种模型对原始序列的预测值和相对误差

年份	原始数据	GM(1,1)模型		参考文献[7]所提模型		DGM(1,1, c,β)模型	
		拟合值	相对误差	拟合值	相对误差	拟合值	相对误差
2013 年	45.8%	49.84%	8.82%	48.99%	6.96%	45.37%	0.95%
2014 年	47.9%	57.43%	19.91%	56.45%	17.85%	48.18%	0.58%
2015 年	50.3%	66.18%	31.58%	65.05%	29.33%	50.60%	0.59%

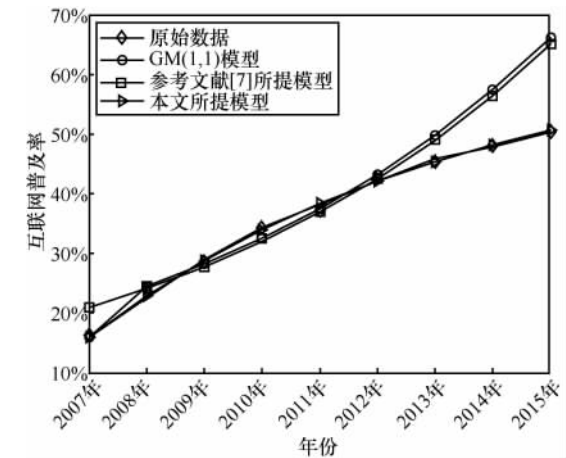


图 3 3 种模型对原始序列的模拟预测值

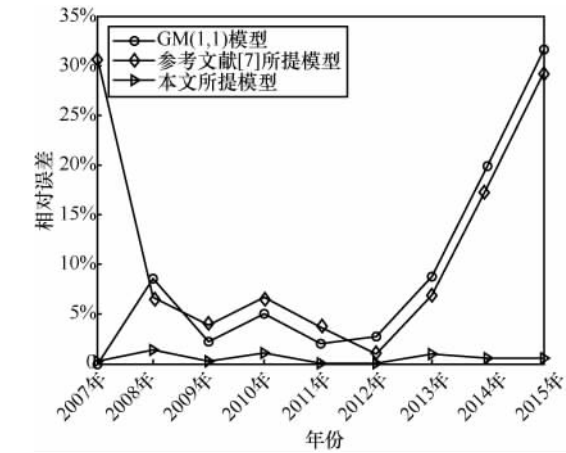


图 4 3 种模型对原始序列的相对误差

5 结束语

本文在传统灰色建模机制的基础上,对近似指数增长序列进行研究,提出了基于近似指数增长序列的灰色建模方法,并从初始条件的角度对模型进行优化,改进的模型有效地避免了 GM(1,1)预测模型和参考文献[7]所提模型的不足。最后,通过实验验证该改进模型的合理性,同时该模型拓展了灰色模型的应用范围,提高了模型的预测精度。

参考文献:

[1] 吴利丰,刘思峰,姚立根.含 Caputo 型分数阶导数的灰色预测模型[J].系统工程理论与实践,2015(5): 1311-1316.
WU L F, LIU S F, YAO L G. Grey model with Caputo fractional order derivative [J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2015(5): 1311-1316.

[2] 秦龙龙.面向服务选取的 QoS 评价技术的研究 [D].东营:中国石油大学(华东),2013.
QIN L L. A study on technologies of QoS evaluation oriented service selection [D]. Dongying: China University of Petroleum(East China), 2013.

[3] ZHAO Y, ZHAO S. Optimization background value GM(1,1) model for predicting oil-gas production cost [C]//2012 9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery(FSKD), May 29-31, 2012, Chongqing, China. New Jersey: IEEE Press, 2012: 1528-1531.

[4] 杨善林,王晓佳,杨昌辉,等.一种基于组合插值的 GM(1,1)模型预测方法:CN, CN 103324821 A[P]. 2013: 01-23.
YANG S L, WANG X J, YANG C H, et al. A GM (1,1) model prediction method based on combinative interpolation: CN, CN 103324821 A[P]. 2013: 01-23.

[5] 谭冠军,檀甲友,王加阳.灰色系统预测模型 GM(1,1)背景值重构研究[J].数学的实践与认识,2015(15): 267-273.
TAN G J, TAN J Y, WANG J Y. The reestablishing research of background value in grey system forecast model GM(1,1)[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2015(15): 267-273.

[6] 李玻,魏勇.优化灰导数后的新 GM(1,1)模型[J].系统工程理论与实践,2009,29(2).
LI B, WEI Y. Optimizes grey derivative of GM(1,1)[J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2009, 29(2).

[7] 张彬,西桂权.基于背景值和边值修正的 GM(1,1)模型优化[J].系统工程理论与实践,2013,33(3): 682-688.
ZHANG B, XI G Q. GM(1,1) model optimization based on the background value and boundary value correction [J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2013, 33(3): 682-688.

[8] DANG Y G, LIU S F, LIU S, et al. The GM models that $x_{(n)}$ be taken as initial value[J]. Chinese Journal of Management



Science, 2005, 13(1): 132-135.

- [9] WANG Y H, DANG Y G, LIU S F. An approach to increase prediction precision of GM(1,1) model based on optimization of the initial condition[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(8): 5640-5644.
- [10] 卢懿. 灰色预测模型的研究及其应用 [D]. 杭州: 浙江理工大学, 2014.
- LU Y. The research and application of grey forecast model[D]. Hangzhou: Zhejiang Sci-tech University, 2014.
- [11] 陈志敏, 薄煜明, 吴盘龙, 等. 基于自适应粒子群优化的新型粒子滤波在目标跟踪中的应用 [J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 193-200.
- CHEN Z M, BO Y M, WU P L, et al. Novel particle filter algorithm based on adaptive particle swarm optimization and its application to radar target tracking [J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 193-200.

[作者简介]



岳贇(1989-),男,西安邮电大学无线网络安全技术国家工程实验室硕士生,主要研究方向为数据分析。



卢光跃(1971-),男,西安邮电大学无线网络安全技术国家工程实验室教授,主要研究方向为信号与信息处理、认知无线电、大数据分析。